

1  $a + (b, c) = b + (c, a) = c + (a, b)$   
 ~~$1 + (1, 1) = 1 + (1, 1) = 1 + (1, 1)$~~   
 $2 + (2, 2) = 2 + (2, 2) = 2 + (2, 2)$   
 $x + y = a = b = c = 2$   
 $x, y = b, c = c, a = a, b = 4$

болатындай барлық натурал  $a, b, c$  табыңыз  
 $a=2$  Бұл жердегі  $(x, y)$   $x$  мен  $y$   
 $b=2$  сандарының ең үлкен ортақ  
 $c=2$  бөлімі.  
 $EPOB [2; 2; 2] = 4$

2. Бер.  $ABC$  үшбұрыш.

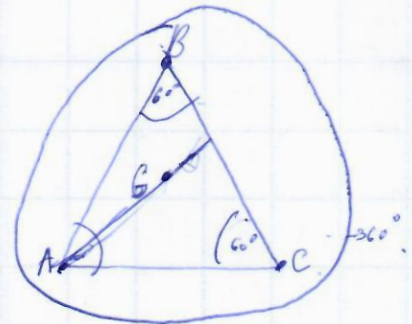
$G$  - үш түшөді.  
 $G \Rightarrow BC$ .

түк  $\frac{AG}{BC}$

$$\frac{AG}{BC} = \frac{60^\circ}{120^\circ} = \frac{1}{2} = 0,5$$

$$d = \cos 60^\circ$$

$$R = \frac{r}{3}$$



4). 0, 1, ..., 9. цифрларын қайданғы (қайталануы үшін) әр қатардың түе әр бағанның цифрларының қосындысы 5-ке тең болатындай  $3 \times 3$  тақтасын қанша әдіспен толтырып шығуға болады.  $9! = 362 880$

$$N! = 4 = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$$

4	0	1	= 5
0	3	2	= 5
1	2	2	= 5
4	5	5	5

Қатысушының шешімдерін толтыруға арналған өріс / Поле для заполнения решений участника

$$1+(1.1) = 1+(1,1) = 1+|1.1| = 2 = 2 = 2.$$

$$2+(2.2) = 2+(2,2) = 2+|2.2| = 6 = 6 = 6.$$

$$a^2 + 141ab + 5476b^2 = 5a + 1364b - 512.$$

$$a^2 + 141ab + 5476b^2 - 5a + 1364b + 512.$$

$$(a + 74b)^2$$

$$a(a + 141b) + 5476b^2$$

$$a(a + 141b) + 5476b^2 - 5a - 1364b + 512$$

$$a + 8(141 + 5476b) - 5 - 1364b + 512$$

$$a + 5476b - 5 - 1364b + 512.$$

$$a + 5476b - 857.$$

$$a + 5476b \geq 857.$$

$$(a + 74b)^2 \geq 5a + 1364b - 512$$

0

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.



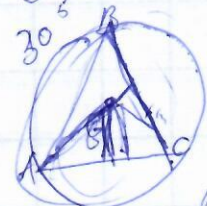
4	0	1
a	3	2
1	2	2

1-2-3-4  
24.

5	0	0
0	3	2
0	2	3

0	0	5
1	4	0
4	1	0

$a + 6c = 3.6$  5476  
 $b + ca = 2.6$  29  
 $c + ab = 1.2$  20 518  
 $a = 1$  19  
 $c = 2$  76 575  
 $b = 2$  4 56 4  
 532  
 5776  
 24 1  
 24 6  
 24 2  
 56 22 148  
 8 22 24 23  
 4 4 25  
 79 a + 74b  
 1364 512  
 -857  
 $a = 1$   
 $b = 1$   
 $c = 1$   
 $1 + 1.1 = 1 + |1.1| = 1 + 1.1$



1	0	4
0	4	1
4	1	0

$$\frac{60}{BC} = \frac{90}{560} = \frac{9}{56}$$

Қатысушының шешімдерін толтыруға арналған өріс / Поле для заполнения решений участника

Кез келген нақты  $a, b$  сандары үшін келесі теңсіздікті дәлелдеңіз:

$$4 \quad a^2 + 141ab + 5476b^2 \geq 5a + 1364b - 512.$$

$$a(a + 141b) + 5476b^2 - 5a - 1364b + 512 = 0$$

$$a + b(141 + 5476b) - 1364b + 507 = 0$$

$$a + 141 + 5476b - 857$$

$$a + 5476b - 716.$$

$$a + 5476b = 716.$$

71607

$$a^2 + 141ab + 5476b^2 \geq 5a + 1364b - 512. \quad a = 2$$

$$4 + 282 + 5476 \geq 10 + 1364 - 512. \quad b = 1.$$

$$5762 - 862 = 4900$$

$$a^2 + 141ab + 5476b^2 \geq 5a + 1364b - 512.$$

$$a^2 - 5a + 512 \quad (746)^2 + 141ab = 1364b.$$

$$a^2 = 1024$$

$$a = 32.$$

$$4 + 282 + 5476 \geq 10 + 1364 - 512. \quad a = 2 \quad b = 1.$$

$$5762 \geq -862.$$

$$2 - \frac{862}{5476}$$

$$\frac{282}{5476}$$

1214  
5  
216  
1024  
5  
512

$$(a + 746b)^2 = 7 + 5476$$

1364  
502

141  
32

102862

282

423

5480  
28264

6312

96

1364

1024

2148

5476

1.  $a + (b, c) = b + (c, a) = c + (a, b)$  бағамалары берілген натурал  $a, b, c$  табылғандықтан

Бұл теңдеуді  $(x, y)$  -  $x$  және  $y$  сандарының ең үлкен ортақ бөлгіші

$$a + (b, c) = b + (c, a) = c + (a, b)$$

$$a = b = c.$$

$$a = 2$$

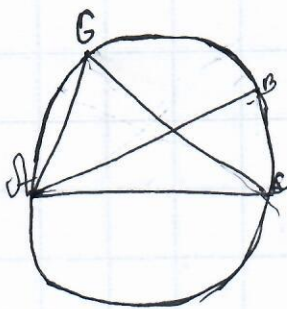
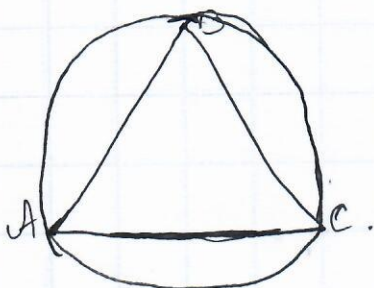
$$(x, y) = (2; 2) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} \Rightarrow a = 2$$

$$b = 2$$

$$\begin{array}{r} 2/2 \\ 1/ \end{array} \quad \begin{array}{r} 2/2 \\ 1/ \end{array} \quad \text{ЕОҚР} = 2$$

$$c = 2$$

2. ABC үшбұрышы берілген және G центрі, шарының қиылысу нүктесі болсын G нүктесіне BC қабырғасына қатысты симметриялы нүкте ABC үшбұрышына сырттай сызылған шеңбердің бойында жатыр ма, деліңіз.  $\frac{AG}{BC}$  қатынасын табыңыз.



$$\frac{AG}{BC} = ?$$

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

3. Рқ келіп келген  $a, b$  сандары үшін келіп таңдалған  $n$  ті елестіріңіз

$$a^2 + 1344b + 5476b^2 \geq 5a + 1384b - 512.$$

$$D = 1384^2 - 4 \cdot 5 \cdot (5476)$$

$$\frac{141}{141}$$

$$= 531456 + 5240 - 253676 = 142$$

Handwritten calculations for the discriminant and other algebraic steps:

$$\begin{array}{r} 1344 \\ 1344 \\ \hline 5496 \\ 9288 \\ 4122 \\ \hline 510376 \end{array} \quad \begin{array}{r} 1384 \\ 1384 \\ \hline 5856 \\ 8539 \\ 1454 \\ \hline 2150796 \end{array} \quad \begin{array}{r} 5476 \\ 3792 \\ \hline 1784 \\ 1784 \\ \hline 531456 \\ + 5240 \\ \hline 536796 \end{array} \quad \begin{array}{r} 1384 \\ 1384 \\ \hline 5856 \\ 8539 \\ 1454 \\ \hline 2150796 \end{array} \quad \begin{array}{r} 531456 \\ 5240 \\ \hline 536796 \end{array} \quad \begin{array}{r} 141 \\ 141 \\ \hline 5476 \\ 3792 \\ \hline 1784 \\ 1784 \\ \hline 531456 \\ 5240 \\ \hline 536796 \end{array}$$

Катысушының шешімдерін толтыруға арналған өріс / Поле для заполнения решений участника

3	1	1
3	2	0
4	1	0

4. 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 цифрларымен құрадымын (қайталануы мүмкін) екі қатардағы және екі бағаналық цифрларымен құрадымын 5-ке тең бағаналық 3x3 таңбалық қиыма жігілеп таптырып шығуға болады.

$$10^3 \cdot 10 \cdot 10 = 900$$

$$a + (b, c) \geq b + (c, a) \geq c + (a, b)$$

$$a \geq b \geq c. \quad \cdot \quad \cdot$$

$$a + b, c \geq b, c.$$

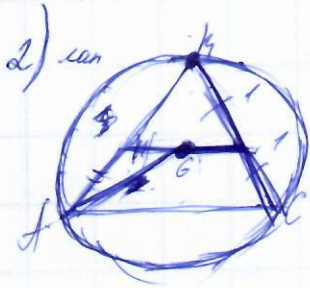
$$a^2 + 141ab + 6476b^2 \geq 5a + 1364b - 512$$

$$D \geq b^2 - 4ac.$$

$$D \geq -1364^2 - 4 \cdot 5 \cdot 512 \geq 531496 + 5248 \geq \sqrt{536744} \geq$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

Қатысушының шешімдерін толтыруға арналған өріс / Поле для заполнения решений участника



Берілгені:  $\triangle ABC$  үшбұрышы

$\angle C$  - үшбұрыш

$\triangle ABC$  үшб. сырттай жүзделі - ширк.

Ш/к:  $\frac{AB}{BC} = ?$

Шешуі:

$AB$  - жүзбүйірі.  $\triangle ABC$  үшбұрышының ұзындықтары  $BC$ .

$\angle C$  - үшбұрыш,  $\triangle ABC$  үшбұрышының ұзындықтары 2-ші бөлігі. Сонда  $\angle B = 1$ ;  $\angle C = 1$ .

Жүзбүйірі  $\triangle ABC$  үшбұрышының ұзындықтары  $BC$   $1$  және  $1$   $BC$   $BC$ .  $A$  үшбұрышы  $1$   $BC$ ;  $B$  үшбұрышы  $1$   $BC$ .

$AB = 2$   $BC$ .

$\triangle ABC$  үшбұрышының ұзындықтары  $1$ ;  $1$   $BC$ , сонда  $\frac{AB}{BC} = 2:1$  қатынасы

Ш/к:  $\frac{AB}{BC} = 2:1$  қатынасы.

3)  $a^2 + 141ab + 5476b^2 \geq 5a + 1364b - 512$

~~$a^2 + 141ab + 5476b^2 - 5a - 1364b + 512 \geq 0$~~

~~$4a^2 + 141ab + 5476b^2$~~

$5a + 1364b - 512 - a^2 - 141ab - 5476b^2 \geq 0$

~~$4a^2 + 141ab$~~   $- a^2 - 5476b^2 \geq 1364b - 141ab \geq 512 - 20$

$-2a^2 \geq 1223b^2 - 5476b^2 \geq 512 - 20$

$-2a^2 + 4253 - 512 \geq 0$

~~$4a^2 + 141ab$~~   
 $-2a^2 = 3741$

$4a = 3741$

$a \approx 930$

$$\begin{array}{r} 4253 \\ 4253 \\ \hline 8759 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4253 \\ \times 2 \\ \hline 8506 \\ + 8506 \\ \hline 17012 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9602 \\ \times 4 \\ \hline 38408 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9502 \\ \times 4 \\ \hline 38008 \end{array}$$

2	1	2	5
3	0	2	5
0	4	1	5
5	5	5	

0; 1; 9

3 баған

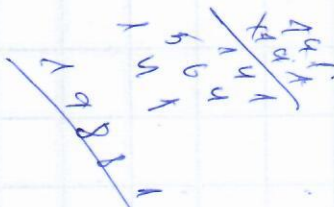
3 баған

$$\begin{array}{r} 1225 \\ \times 2 \\ \hline 2440 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2225 \\ \times 2 \\ \hline 4440 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12 \\ + 12 \\ \hline 24 \\ 12 \\ \hline 44 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12 \\ + 12 \\ \hline 24 \\ 12 \\ \hline 44 \end{array}$$



$$\begin{array}{r} 444 \\ \times 4 \\ \hline 1776 \\ + 1776 \\ \hline 3552 \\ + 3552 \\ \hline 7104 \\ + 7104 \\ \hline 14208 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1264 \\ - 1413 \\ \hline 122 \end{array}$$

9? 6?

$$\begin{array}{r} 5476 \\ - 1227 \\ \hline 4253 \\ 1223 \\ \hline 5476 \end{array}$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

4108 c

$$\begin{array}{r} 4253 \\ \times 4 \\ \hline 17012 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 41126 \\ + 41126 \\ \hline 82252 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 225 \\ \times 2 \\ \hline 450 \end{array}$$

$$4a^2 + 141ab + 512 = 0$$

$$\begin{array}{r} 4624 \\ \times 16 \\ \hline 73984 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4112 \\ + 4112 \\ \hline 8224 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 920 \\ \times 4 \\ \hline 3680 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3641 \\ + 5129 \\ \hline 8770 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3741 \\ \times 3 \\ \hline 11223 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4112 \\ + 512 \\ \hline 4624 \end{array}$$

2261

$$\begin{array}{r} 121 \\ \times 11 \\ \hline 1331 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2661 \\ \times 532 \\ \hline 14641 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2261 \\ \times 452 \\ \hline 10228 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2161 \\ \times 432 \\ \hline 9336 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2611 \\ \times 52 \\ \hline 135872 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 111 \\ \times 19881 \\ \hline 2206881 \end{array}$$

4624

bc · 2ab · bb · cc · 2ac · cb  
bb · cc · (2ab · 2ac · 2cb)



3) екі  $a + (b; c) = b + (c; a) = c + (a; b)$   $a; b; c$  - сан?

$(x; y)$  - екі үшін орғау бағыт.

$(b; c); (c; a); (a; b)$  - X шеуе.

$$\frac{a}{(b; c)} = \frac{b}{(c; a)} = \frac{c}{(a; b)} = \frac{a+b+c}{(b; c)(c; a)(a; b)} = \frac{a+b+c}{bc \cdot ca \cdot ab \cdot bb \cdot cc \cdot ca}$$

$$\frac{1}{ca \cdot cb} = \frac{a+b+c}{bc \cdot 2ab \cdot 2b \cdot cc \cdot 2ac \cdot cb} = bb \cdot cc \cdot (2ab \cdot 2ac \cdot 2cb)$$

$$a+b+c = 2ab + 2ac + 2cb$$

$\begin{matrix} x & y \\ (b; c); & (c; a); & (a; b) \end{matrix}$

4) екі 0, 1, ..., 9. сандардың дәлелденген 3 баған, 3x3 = 5 екі.  
3x3.

2	1	2	5
3	0	2	5
0	4	1	5
5	5	5	

Мәсәле, 6 әдіспен дәлелденген нәтиже 3 баған.

1)  $a + (b, c) = b + (c, a) = c + (a, b)$

$$\begin{array}{r} \times 512 \\ 4 \\ \hline 2048 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 141 \overline{) 2} \\ \underline{14} \quad 175 \\ 01 \end{array}$$

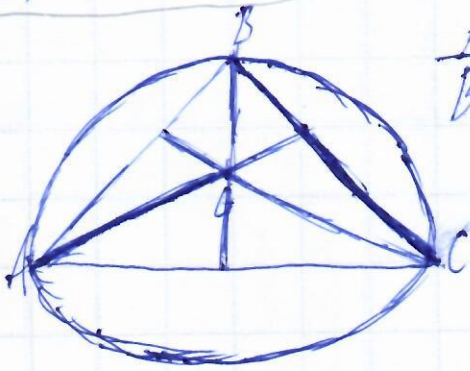
$a^2 = 5a - 512$   
 $a^2 - 5a + 512 = 0$   
 $D = 25 - 4 \cdot 512 = -2023 = \sqrt{2023}$

3)  $a^2 + 141ab + 5476b^2 \geq 5a + 1364b - 512$

$$\begin{array}{r} \times 7.5 \\ 7.5 \\ \hline 375 \\ 525 \\ \hline 5625 \end{array}$$

4)  $a, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$

2)



$\frac{AG}{BC}$

1)  $a = b + (c, a) - (b, c) = c + (a, b)$

$a = b + (c, a) = c + (a, b) - (c, a) + (b, c)$

$a = b = c = -(a, b) + (c, a) - (b, c)$

0, 1, 3, 5, 7, 9 - тақ  
2, 4, 8, 6 - жұп

3)  $a = 1; b = 1$

$$1^2 + 141 \cdot 1 \cdot 1 + 5476 \cdot 1^2 \geq 5 \cdot 1 + 1364 \cdot 1 - 512$$

$$1 + 141 + 5476 \cdot 1 \geq 5 + 1364 - 512$$

$$5618 \geq 857$$

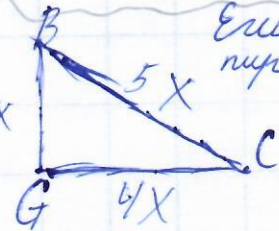
$a = 1; b = 2$

$$1^2 + 141 \cdot 1 \cdot 2 + 5476 \cdot 4 \geq 5 \cdot 1 + 1364 \cdot 2 - 512$$

$$1 + 282 + 21904 \geq 5 + 2728 - 512$$

$$22387 \geq 2185$$

2)  $3x$



Екінең пирамидасын  
геп алсақ

$AG = GC$

$$\frac{AG}{BC} = \frac{4x}{5x} = \frac{4}{5}$$

~~$$a^2 + 141ab + 5476b^2 = 0$$
  
$$ab \left( \frac{a}{b} + 141 + \frac{5476b}{a} \right) = 0$$~~

1)  $a = b = c = -(a, b) = -(c, a)$   
 $= (b, c)$

4)

<del>2</del>	<del>3</del>	<del>1</del>
<del>1</del>	<del>2</del>	<del>3</del>
<del>3</del>	<del>1</del>	<del>2</del>

Қатар - 3  
Баған - 4

<del>0</del>	<del>2</del>	<del>3</del>
<del>2</del>	<del>0</del>	<del>3</del>
<del>0</del>	<del>3</del>	<del>2</del>

Қатар - 3  
Баған - 1

5	0	0
0	5	0
0	0	5

Қатар - 3  
Баған - 3

1	1	3
1	3	1
3	1	1

Қатар - 3  
Баған - 3

2	2	1
2	1	2
1	2	2

Қатар - 3  
Баған - 3

<del>4</del>	<del>1</del>	<del>0</del>
<del>4</del>	<del>0</del>	<del>1</del>
<del>0</del>	<del>4</del>	<del>1</del>

3 - жігітпен


3)  $a^2 - 5a + 512 = 0$   
 $a^2 = 5a - 512$   
 $D = 25 - 4 \cdot 512 =$   
 $= \sqrt{2023} = \sqrt{2023i^2} =$   
 $= \sqrt{2023} i$   
 $x_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{2023} i}{2}$   
 $= \frac{5 + \sqrt{2023} i}{2}$   
 $= \frac{5 - \sqrt{2023} i}{2}$

3)  $b=0; a = \frac{5 \pm \sqrt{2023} i}{2}$   
 осындай болса, екі жағдай  
 болады.

1.  $a + (bc)^x = b + (ca)^x = c + (ab)^x =$

$(xy)^x - x, y$   
 $(bc)^x - b, c^x$   
 $(ca)^x - c, a$   
 $(ab)^x - a, b$

~~$xy = (bc)^x + (ca)^x + (ab)^x$~~

$xy = \frac{1+ca+ab}{bc}$

$b+c=a$   
 $c+a=b$   
 $a+b=c$   
 $8+3=8$   
 $3+8=11$   
 $8+5=13$

1144

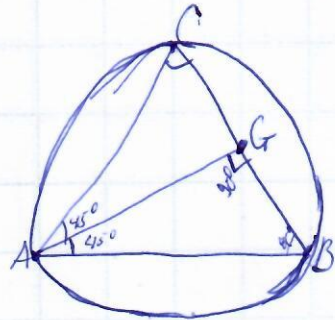
$8 \overline{) 2}$   
 $4 \overline{) 2}$   
 $2 \overline{) 2}$

$11 \overline{) 11}$   
 $1 \overline{) 11}$

$13 \overline{) 13}$   
 $1 \overline{) 13}$

$E_{90}(8, 11, 13) = 23 \cdot 11 \cdot 13 = 1144$

2.



$\frac{AG}{BC} = \frac{135}{45} = \frac{3}{1}$

$\frac{AG}{BC} = \frac{30}{45} = \frac{10}{5} = \frac{2}{1} = \frac{1}{1}$

$\angle AB = 45^\circ$   
 $\angle AC = 45^\circ$   
 $AG = 90$   
 $BC =$

$AG = ?$   
 $AG = AB + AC = 45 + 45 = 90$   
 $BC = ?$   
 $180 - 90 = 90$   
 $BC = AG + AC = 90 + 45 = 135$

3.

$a^2 + 141ab + 5476b^2 \geq 5a + 1364b - 512$

1.  ~~$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$~~   ~~$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$~~

$(a+b) = a^2 + 141 + 5476$   
 $(9+74) = a^2 + 141 + 5476$

$5476$   
 $+141$   

---

 $5617$

$1369$   
 $-512$   

---

 $857$

AG=135

$135 \overline{) 2}$   
 $72 \overline{) 135}$   
 $75$   
 $74$   
 $70$   
 $769$   
 $263$   
 $256$   
 $7$   
 $626$

$46 \overline{) 30}$   
 $196$   
 $270$   
 $12$   
 $189$   
 $2116$

$456 + 396.3$   
 $7$   
 $4376$   
 $45 \cdot 21$   
 $125 + 21$   
 $1325 + 23$   
 $145$   
 $141$   
 $22$   
 $122$   
 $7544$   
 $125 \cdot 81$   
 $375$   
 $123$   
 $525$   
 $123$   
 $5625 + 69$   
 $10$   
 $525$

$41$   
 $41$   
 $21$   
 $497$   

---

 $5041$

$70 \overline{) 2}$   
 $70$   
 $0050$   
 $30$   
 $100$   
 $741$   
 $74$   
 $296$   
 $518$   

---

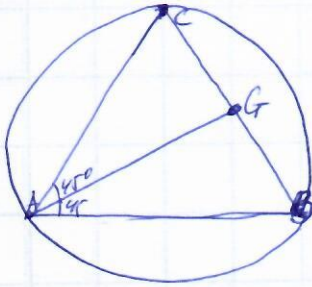
 $5476$

4. 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

0+	2+	3	=5
4+	0+	1	=5
1+	3+	1	=5

1.  $a + (bc) = b + (ca) = c + (ab)$   
 $(xg) - x, y$

2.



$$\frac{AG}{BC} = \frac{90}{45} = \frac{10}{5} = \frac{2}{1} = 1\frac{1}{1}$$

$$\angle AB = 45^\circ$$

$$AG = AB + AC = 45 + 45 = 90$$

$$\angle AC = 45^\circ$$

$$180 - 90 = 90$$

$$\angle AG = ? = 90^\circ$$

$$BC = AG + AC = 90 + 45 = 135$$

$$\angle C = ? = 45^\circ$$

$$180 - 135 = 45$$

3.  $a^2 + 141ab + 5476b^2 \geq 5a + 1364b - 512$   
 $5677 > 857$

4. 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9.

a+	2+	3	=5
4+	0+	1	=5
7+	3+	1	=5
5	5	5	

1.  $a + (b, c) = b + (c, a) = c + (a, b)$

$a, b, c$  натурал сандар үшін бұл теңдік орындалмайды.

Егер  $a, b < c$  болса,  $a + (b, c) < c + (a, b)$ ,  $b + (c, a) < c + (a, b)$

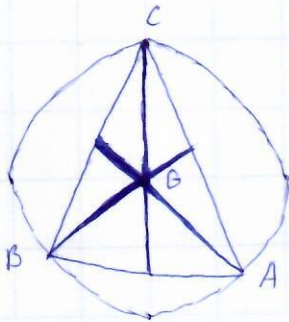
Мысал:  $a=2, b=4, c=8$  деп алсақ,  $2 + (4, 8) < 8 + (2, 4)$ ,  $4 + (2, 8) < 8 + (2, 4)$   
 $2 + 4 < 8 + 2$   $4 + 2 < 8 + 2$

$a$  және  $b < c$  болғандықтан  $a + (b, c) = b + (c, a) \neq c - (a, b)$  болу  
 қажет  $2 + (4, 8) = 4 + (2, 8) = 8 - (2, 4)$ ,  $a, b, c$  натурал сандар үшін

$2 + 4 = 4 + 2 = 8 - 2$   
 $6 = 6 = 6$

$a + (b, c) = b + (c, a) = c - (a, b)$  теңдігі  
 орындалады

2.



м/к:  $\frac{AG}{BC} = ?$

$\angle BCA$  мен  $\angle BGA$  екеуі бір  
 доғана тікелей және кейін оларды

тең деп ұарастырамыз.  $\angle BCA = \angle BGA$

$BC = AG = R$  демек  $BC = AC$

$\frac{AG}{BC} = \frac{AG}{AC}$   $\triangle AGC$  - тең бүйірлі  $AG = AC$

3.  $a^2 + 141ab + 5476b^2 \geq 5a + 1364b - 512$

1)  $a$  және  $b$  сандары нөл деп алсақ  $0 \geq -512$  теңдік орындалады

2)  $a$  және  $b$  сандары қандайда бір оң сандар болса теңдікті орындалады.

3)  $a$  және  $b$  сандары қандайда бір теріс сан болса кез-келген санның квадраты оң сан болады және теріс санға теріс санды көбейткенде оң сан болады, яғни теңдікті орындалады.

Мүмкін болатын үшін жағдайға да теңдікті орындалады, демек теңдікті дұрыс, кез-келген  $a, b$  сандары үшін орындалады.

Қатысушының шешімдерін толтыруға арналған өріс / Поле для заполнения решений участника

4. Мүмкін болатын уәзірлермен 5-ке тең амағарды  
ұарастыраңы.

1) 5, 0, 0

2) 4, 1, 0

3) 3, 1, 1

4) 3, 2, 0

5) 2, 1, 2

5	0	0
0	5	0
0	0	5

4	1	0
1	0	4
0	4	1

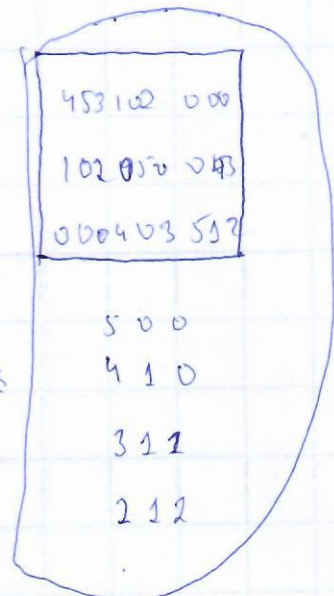
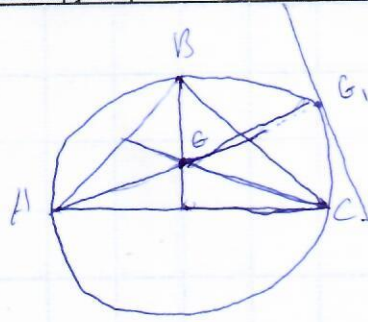
3	1	1
1	3	1
1	1	3

3	1	0
2	0	3
0	3	2

2	1	2
1	2	2
2	2	1

Мағабат Демек, әр ұатарды және әр бағанның цифрларынның  
уәзірлермен 5-ке тең болатындай 3x3 тағамасын 5 әдіспен  
тоқтатып шығуға болады.

Черновик



453102 000  
102050 043  
000403 532  
500  
410  
312  
212

956  
123  
1+6=  
143=

16/212/2  
6/2  
8/2 3/3  
4/2 1/2  
2/2  
1/1

29.3 = 8  
1+6 = 2+3  
2+12 = 3+4  
395  
320+410

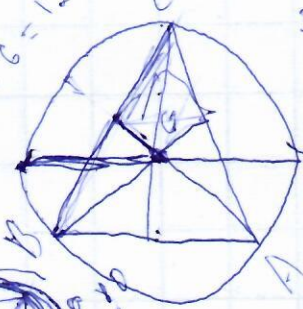
341  
8  
111816  
14+4 =  
= 12+2

2+(9=4+2=4-2)

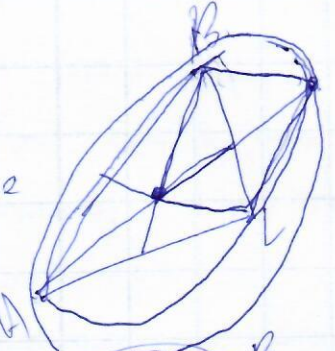
16/3 = 48  
5 10 20  
5+10  
348



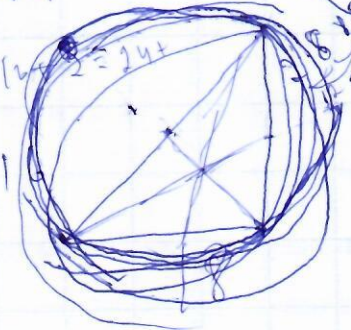
3+12  
369 = 3+18+4  
24 12 14  
24+6 = 12+6



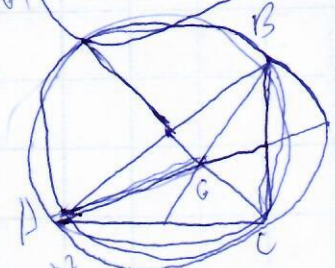
2+4 = 4+2 = 8+2



10 16 24  
10+8 = 14  
2 = 24  
810 1  
8+2



2 8 12  
2 4 2  
2+4 =  
2 6 12  
2 6 2  
2+6 = 6+2 = 12+2



20 21 22

20+2

10 9 8  
10+2 = 9+2 = 8+2  
11 = 11 = 9

12+3 = 14  
6+4 = 10

6 8

6 8 10  
6+2 = 7+2

12 9 8  
12+1  
8+3=11  
9+4

9 10 11  
9+1

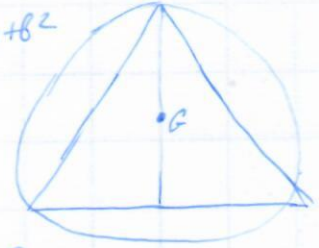
6 11 12  
10+2

14 15 16  
14+1





1.  $a+(b,c) = b+(c,a) = c+(a,b)$   $(a+b)(a+b) = (a+2b)(a+7b) = a^2 + 5$   
 $90a + \frac{bc-b}{90} = b + \frac{ca-c}{90} = c + \frac{ab-a}{90}$   $a^2 + 2ab + b^2$



шотарған ееп зші бетте

$90a + bc - b = 90b + ca - c = 90c + ab - a$

$90a + bc - b - 90b - ca + c - 90c - ab + a = 0$

$91a + bc - 91b - ca - 91c - ab = 0$

$(91a - 91b - 91c)(bc - ca - ab) = 0$

$91(abc)(bc - ca - ab) = 0$

$5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 = 210 \cdot 72 =$



$9! = \frac{9!}{5!} = 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 = 3024$

$\frac{42}{3} = 14$   
 $\frac{3024}{14} = 216$

$\frac{210}{72} = 2.916$   
 $\frac{420}{147} = 2.857$

$\frac{49}{72} = 0.68$   
 $\frac{173}{2828} = 0.061$

$\frac{25}{25} = 1$   
 $\frac{125}{50} = 2.5$   
 $\frac{625}{625} = 1$

$\frac{75}{75} = 1$   
 $\frac{375}{525} = 0.714$   
 $\frac{5625}{5625} = 1$

$\frac{76}{76} = 1$   
 $\frac{958}{532} = 1.8$   
 $\frac{5776}{5776} = 1$

$\frac{542}{537} = 1.01$   
 $\frac{542}{542} = 1$

3.  $a^2 + 141ab + 5476b^2 \geq 5a + 1364b - 512$

$a^2 + 141ab + 5476b^2 - 5a - 1364b + 512 \geq 0$

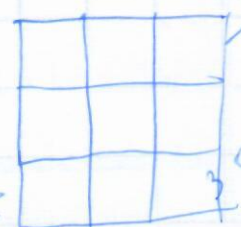
$a^2 + 141ab (a + 76b)^2 \geq 5a + 1364b - 512$

$(a + 76b)^2 - 5a - 1364b + 512 \geq 0$

$(a^2 + 141ab - 5a)(5476b^2 - 1364b) + 512 \geq 0$

$a(a + 141b - 5)(b(5476b - 1364)) \geq -512$

3.3



42 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

$\frac{2830580}{5476} = 517$   
 $\frac{6401}{4} = 1600.25$

$(9 = \frac{9!}{5!(9-5)!} = \frac{9!}{5! \cdot 4!} = \frac{6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} = \frac{63}{2} = 31.5$

$(5476b - 1364) \geq -512$

$5476(-517 - a) \geq -512$

$-2831092 - 5476a \geq -512$

$-5476a \geq -512 + 2831092$

$a \geq -$

$a + 141b - 5 \geq -512$

$a + 141b \geq -512 + 5$

$a + 14b \geq -517$

$14b \geq -517 - a$

$\frac{5476}{517} = 10.59$   
 $\frac{38332}{421} = 91$

Қатысушының шешімдерін толтыруға арналған өріс / Поле для заполнения решений участника

$$a^2 + 141ab + 5476b^2 \geq 5a + 1364b - 512$$

$$(a+76)^2 \geq 5a + 1364b - 512$$

$$(a+76)^2 \geq 5a + 1364b - 512$$

$$(a+76)^2 \geq 0$$

$$5a + 1364b \geq 512$$

$$a + 76b \geq 0$$

$$(a^2 + b^2) \cdot$$

$$a \geq -76b$$

$$\frac{90}{90}a + \frac{bc-b}{90} = \frac{90}{90}b + \frac{ca-c}{90} = \frac{90}{90}c + \frac{ab-a}{90}$$

$$90a - bc - b = 90b + ca - c = 90c + ab - a$$

$$90a - bc - b - 90b - ca + c - 90c - ab + a = 0$$

$$(90a - 90b - 90c)(bc - ca - ab)(-b + c + a) = 0$$

$$90(a-b-c)(bc+ca+ab)(b-c+a) = 0$$

$$90t - bc - ca - ab - t = 0$$

$$-a + b - c = 0$$

$$a - b + c = 0$$

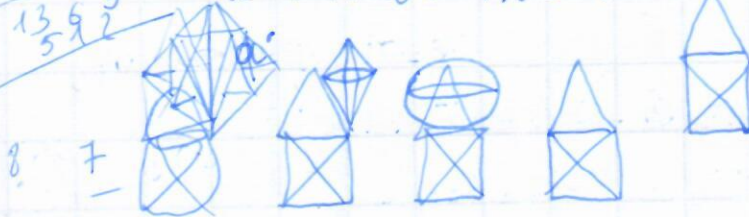
$$a - b - c = t$$

$$-b + c + a =$$

$$= a - b + c$$

$$\begin{array}{r} 142 \\ 5476 \\ \hline 5618 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1364 \\ 5 \\ \hline 1369 \\ 592 \end{array}$$



$$a^2 + 141ab + 5476b^2 \geq 5a + 1364b - 512$$

$$\begin{array}{r} 5476 \\ 142 \\ \hline 5618 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1364 \\ 5 \\ \hline 1369 \\ 512 \\ \hline 857 \end{array}$$

$$1ab + 5476b^2 - 5a - 1364b + 512 \geq 0$$

$$\frac{76}{76} a^2 + 141ab + 5476b^2 - ab(5-1364) \geq -512$$

$$a^2 + 141ab + 5476b^2 + 1359ab \geq -512$$

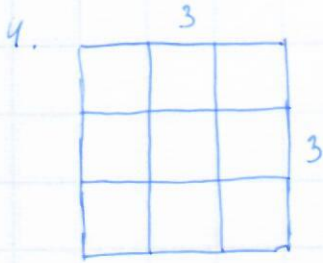
$$a^2 + 1500ab + 5476b^2 \geq -512$$

$$\begin{array}{r} 76 \\ 76 \\ \hline 152 \\ 154 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 76 \\ 76 \\ \hline 152 \\ 456 \\ \hline 5776 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 76 \\ 76 \\ \hline 152 \\ 456 \\ \hline 5776 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1364 \\ 5 \\ \hline 1369 \\ 141 \\ \hline 1500 \\ 76 \\ \hline 5476 \\ 740^5 \\ 684 \\ \hline 56 \end{array}$$



Барлығы 9, 5 бауа керек әр бағаннау цифр  
-мәтінді қосындысы. Сонда  $C_9^5 = \frac{9!}{5!(9-5)!} = \frac{6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} = \frac{63}{2} = 315$ ,  $A_9^5 = \frac{9!}{4!} = \frac{5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9}{1} = 15120$

жауабы: 9 ; 315 ; 15120

1.  $a + (b, c) = b + (c, a) = c + (a, b)$

$$90/a + \frac{bc-b}{90} = 90/b + \frac{ca-c}{90} = 90/c + \frac{ab-a}{90}$$

$$90a + bc - b = 90b + ca - c = 90c + ab - a$$

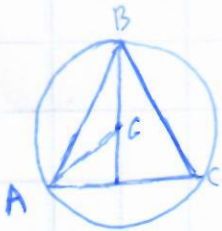
$$90a + bc - b - 90b - ca + c - 90c - ab + a = 0$$

$$(90a - 90b - 90c) - (bc - ca - ab) - (-b + c + a) = 0$$

$$90(a - b - c) - (bc - ca - ab) - (b - c - a) = 0$$

$$90(a - b - c) - (bc - ca - ab) - (a - b + c) = 0$$

2.



$$\frac{AG}{BC} = ?$$

$$AB = BC = AC = 3 \text{ см}$$

$$\pi R^2 = \pi \cdot 3^2 = 9\pi R$$

$$R = \frac{3}{2}, R = AG$$

$$\text{Мәні: } \frac{3}{3} = 1 \text{ см}$$

3.  $a^2 + 141ab + 5476b^2 \geq 5a + 1364b - 512$

1)  $a^2 + 141ab + 5476b^2 - 5a - 1364b + 512 \geq 0$

теңсіздік дәлелденді

$$(a^2 + 76b)^2 \geq 5a + 1364b - 512$$

$$(a^2 + 76b)^2 - 5a - 1364b + 512 \geq 0$$

$$(a^2 + 76b - 5a - 1364b)^2 + 512 \geq 0$$

2) егер  $a$  мен  $b$ -ның мәндеріне 1-ші берісек,

$$12 + 141 + 5476 \geq 5 + 1364 - 512$$

$$5618 \geq 857 \text{ еште}$$

-енде 1-ші дәлелденді

теңсіздік мәніне сай келіп тұр. яғни  $5618 \geq 857$

$$a^2 + 141ab + 5476b^2 \geq 5a + 1364b - 512$$

$$a^2 + 141ab + 5476b^2 - 5a - 1364b + 512$$

$$(a^2 - 5a) - (5476b^2 - 1364b) + 141ab + 512 \geq 0$$

$$a(a-5) - 4b(1369b - 341) + 141ab + 512 \geq 0$$

$$a-5$$

13

$$\begin{array}{r} 1364 \overline{)12} \\ \underline{12} \\ 16 \\ \underline{12} \\ 44 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1364 \overline{)4} \\ \underline{12} \\ 16 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5476 \overline{)4} \\ \underline{4} \\ 14 \\ \underline{12} \\ 27 \\ \underline{24} \\ 36 \end{array}$$

Катысушының шешімдерін толтыруға арналған өріс / Поле для заполнения решений участника

$$1) a+(b, c) = b+(c, a) = c+(a, b)$$

 $x, y - ?$ 

$$x+y = x+y = x+y$$

 $x+y$  - ең үлкен ортақ бөлгіші.

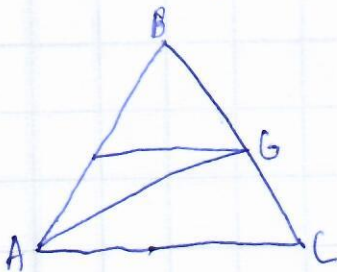
2) ABC - үшбұрыш

G - медианасы

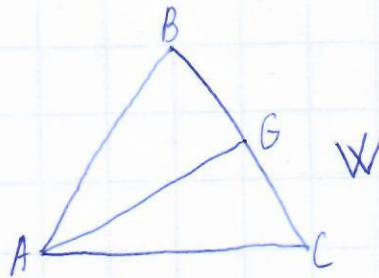
ABC - үшбұрышына сырттай сызылған шеңбер.

 $\frac{AG}{BC}$  - қатынасы.

BC - симметриялы нүкте.



$$AG = BC$$



$$3) a^2 + 141ab + 5476b^2 \geq 5a + 1364b - 512$$

$$6a^3 + 2505ab^2 + 5476b^2 - 512$$

$$6a^3 + 7981ab^2 \geq 512$$

$$6a^3 + 7981ab^2 \geq 512$$

$$a^2 + 141ab + 5476b^2 \geq 5a + 1364b - 512$$

$$a^2 + 5617ab^2 \geq 5a + 1364b - 512$$

4) 0, 1, ..., 9.

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

3x3-жігіл толтыруға болады-?

$0 + 1 + 4 = 5$

$2 + 3 = 5$

$9 - 4 = 5$  X

$0 + 5 = 5$

0	4	1
1	5	3
4	0	1

4	3	1
2	5	4
2	3	0

2	0	3
3	5	1
0	4	1

Ж: 4-жігіл

5

0	4	1
1	1	3
4	0	1

5

1	0	4
2	2	1
2	3	0

5

3	1	1
2	2	1
0	2	3

W

Ж сұррдың қосындысы 5-ке тең.

4-жігіл толтырыл шығаа болады.

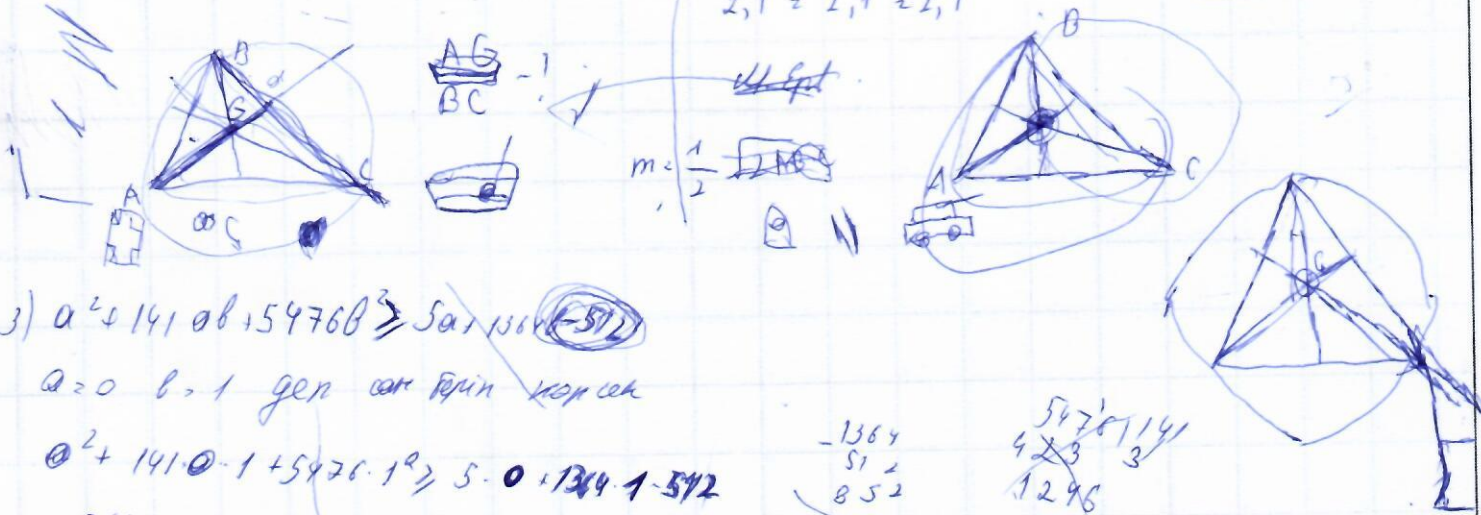
Ж қатардың және  
Ж бағаның сұррның  
қосындысы  
5-ке тең.

Қатысушының шешімдерін толтыруға арналған өріс / Поле для заполнения решений участника

1)  $a + (b, c) = b + (c, a) = c + (a, b)$       $a + (b, c) = b + (c, a) = c + (a, b)$

$a = 0$       $b + 1, 2 = 1 + 2$   
 $b = 1$       $c = 2$

$a = b = c$  деп б.  
 $1 + 1, 1 = 1 + 1, 1 = 1 + 1, 1$   
 $2, 1 = 2, 1 = 2, 1$



3)  $a^2 + 141ab + 5476b^2 \geq 5a + 1364b - 512$

$a = 0$       $b = 1$  деп көрсетіп көрсет

$0^2 + 141 \cdot 0 \cdot 1 + 5476 \cdot 1^2 \geq 5 \cdot 0 + 1364 \cdot 1 - 512$

$5476 \geq 852$

$-1364$   
 $512$   
 $852$

$5476 \cdot 141$   
 $4 \cdot 3$   
 $1296$



1	2	2	3	1	1
2	3	0	0	2	1
2	0	3	2	0	3

1	3	1
3	2	0
1	0	4

1	2	5
2	5	2
5	2	1

1	0	4
0	4	1
4	1	0

$-5$   
 $1$   
 $9$   
 $5$   
 $1$   
 $10$   
 $4$   
 $-4$

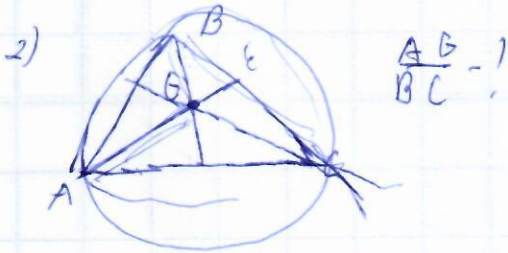
3	1	1
2	3	2
0	3	2



1)  $a + (b, c) = b + (c, a) = c + (a, b)$

Бұл жерде  $a = b = c$  деп ескерсек  
орнына кез келген сан берсек теңдік орын алады

Мысал:  $1 + 1, 1 = 1 + 1, 1 = 1 + 1, 1$   
 $2, 1 = 2, 1 = 2, 1$



3)  $a^2 + 141ab + 5476b^2 \geq 5a + 1314b - 512$

$a = 0$   $b = 1$  деп сан беріп көрсек

$0^2 + 141 \cdot 0 \cdot 1 + 5476 \cdot 1^2 \geq 5 \cdot 0 + 1314 \cdot 1 - 512$

$5476 \geq 802 \checkmark$

Бұл жерде кез келген сан берсек теңдік орын алады. Себебі квадраттардың жарты енінші әрмектемі  $(-512)$  ескеру керек

1)

1	2	2
2	3	0
2	0	3

2)

1	3	1
3	2	0
1	0	4

3)

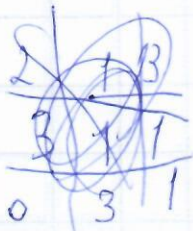
1	0	4
0	4	1
4	1	0

4)

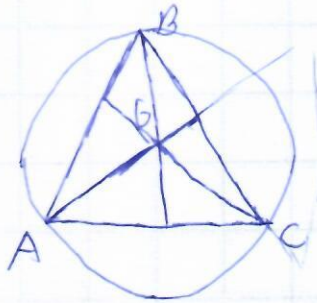
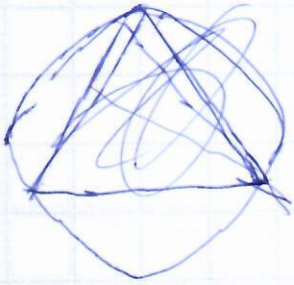
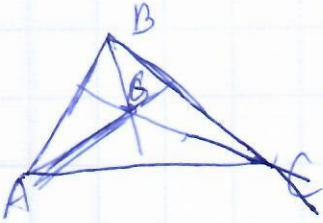
3	1	1
0	4	1
2	0	3

5)

3	1	1
2	1	2
0	3	2







$$\begin{array}{r} 141 \\ 741 \\ \hline 081 \end{array}$$

$$1968 \cdot 1 = 4$$

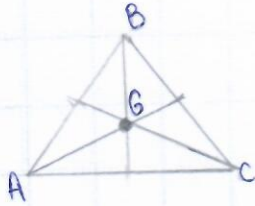
$$a+(b,c) = b+(c,a) = c+(a,b) \quad \text{ЕҰОБ} (x \text{ жә } y) = x, y$$

Жауабы:  $a, b, c \neq 0$

Егер  $a, b, c$  - ны натурал сандар деп алатын болсақ және ұйталакбайтын деп онда өрнектің мәні болмас еді.

ЕҰОБ табанын болсақ натурал сандардан бәлімі бәшек түрінде болмайды деп алсақ өрнектің келесе теудіктің мәні болмайды.

Сонда жауабы жоқ.



Бер:  $\triangle ABC$   
\*G - центр

т.б.  $\frac{AG}{BC} = ?$

Ш:  $\frac{AG}{BC} = \frac{3}{5}$

себе, BE қабартасына жартысы AG бола алмайды

Егер үшбұрышты тең қабырғалы деп алсақ, басқа қабырғасы  $\frac{3}{5}$  болады. Центрің 3 медианаға дау бөлінеді.

Берілгенде сәтті сәулеттен шеңбер жатыр делген, соны ескерсек үшбұрыш теңқабырғалы бола мүмкін.

$$a^2 + 141ab + 5476b^2 \geq 5a + 1364b - 512$$

$$(a^2 - 5a) + (5476b^2 - 1364b) \geq 512 + 141ab$$

- Егер,  $a$ -ның орнына кез келген натурал сан қойсау ағ бәрібір үлкен болып, теусіздік өзгермейді, себебі сол жау бөлігінде квадрат өрнек же қосу амалы тұр.  $a$  мен  $b$ -ға теріс болса он оу болса он ишіді қойсау теусіздік орндағанда,  $a^2 \geq a$   $b^2 \geq b$


$$3+3+3+6+6=21$$

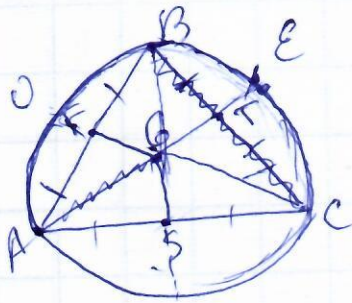
Мауабат: 21 әдіспен

Қайталанатын бағандықтан барлық мүлкім әдістерді қайдан көргім, қайталанбаса 12 әдісі бар еді.



Қатысушының шешімдерін толтыруға арналған өріс / Поле для заполнения решений участника

№2.



Берілгені:  $\triangle ABC$   
G - центр

т.к:  $\frac{AG}{BC} = ?$

Шешуі:  $AF = FB, BT = TC, AS = SC$   
 $(GO = GE = GF = AG = R)$   
 $AG = GE = GF = AS$ , сонда  $BT = AB \rightarrow BC = 2AG$

Негізбе:  $\frac{AG}{BC} = \frac{1}{2}$

№3

$$a^2 + 141ab + 5476b^2 \geq 5a + 1364b - 512$$

$$(a + 74b)^2 \geq 5a + 7ab + 1364b - 512$$

$$a^2 + 148ab + 5476b^2 \geq 5a + 7ab + 1364b - 512$$

$$(a + 74b)^2 \geq 5a + 7ab + 1364b - 512$$

N4  $\lfloor 0, 1, 2, 3, 4, 5 \rfloor \overline{6, 7, 8, 9}$

1) 

0	0	5
2	3	0
3	2	0

 ← (~~2~~)  
(~~3~~) →

2) 

0	2	3
0	3	2
5	0	0

3) 

3	2	0
2	3	0
0	0	5

4) 

5	0	0
0	3	2
0	2	3

5) 

0	3	2
5	0	0
0	2	3

6) 

2	0	3
3	0	2
0	5	0

7) 

0	5	0
3	0	2
2	0	3

8) 

3	2	0
0	0	5
2	3	0

тура оксмай 3, 4, 1, 0 сандарымен - 8 жағд.  
3, 2, 0, 5 - 2 жағд.

1) 

0	0	5
0	3	0
5	0	0

2) 

0	5	0
5	0	0
0	0	5

3) 

5	0	0
0	0	5
0	5	0

5, 0 - 3 жағд.

1) 

3	2	0
0	3	2
2	0	3

2) 

2	3	0
3	0	2
0	2	3

3) 

0	2	3
2	3	0
3	0	2

4) 

0	3	2
2	0	3
3	2	0

5) 

3	0	2
0	2	3
2	3	0

6) 

2	0	3
3	2	0
0	3	2

3, 2, 0 - 6 жағд.  
4, 1, 0 - 6 жағд.

(31)

Жауап: 31 жағд.



№1.

Черновик.

$$a + (b, c) = b + (c, a) = c + (a, b)$$

$$b = 2 \quad a = 3$$

$$a + (b, c) = b + (c, a) - c - (a, b) = 0$$

$$c = 5$$

$$a + (b, c) - b - (c, a) + c + (a, b) = 0$$

2; 4; 5,

$$3 + 2,5 - 2 - 5, 3 + 5 + 3, 2 = 0$$

$$5,5 - 4,3 + 8,2 = 0$$

$$13,7 - 7,3 = 6,4 \quad X$$

(5)

$$a = 2 \quad b = 4 \quad c = 5$$

$$2 + 4,5 - 4 - 5, 2 + 5 + 2, 4 = 0$$

$$a = 3 \quad b = 5 \quad c = 1$$

$$6,5 - 9,2 + 7,4 = 0$$

Мацабы: барлык катуран a, b, c => 5

$$(a + 4,5) \quad 2 + 4,5 = 1 + 2,5 = 5 +$$

4	1	0
0	1	4
1	3	1

$$\begin{array}{r} 5476,00 \\ - 4970,25 \\ \hline 5,06 \end{array}$$

(505,75)

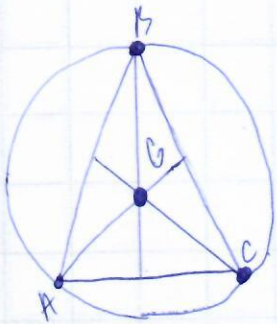


$$\begin{array}{r} 14x \quad | \quad 2 \\ - 1 \quad | \quad 4,5 \quad 2 \\ \hline \quad | \quad 7,5 \\ \quad | \quad 7,5 \\ \hline \quad | \quad 37,5 \\ \quad | \quad 52,5 \\ \hline \quad | \quad 65,25 \end{array}$$

$$- 5476$$

$$\begin{array}{r} 140,5 \quad 2 \\ \times 70,5 \\ \hline 3525 \\ 9810 \\ \hline 9935 \\ 4970,25 \end{array}$$

№2.

Берілгені:  $\triangle ABC$ .

G - центр.

$$\frac{AG}{GC}$$

Шешуі: G - центр сәтті,

теңбүйімі деп қарастырсақ,

$$AG = GC.$$

Эр жағарта, 1 келіке (а) деп қарастырсақ.

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \text{ болады.}$$

$$\text{Жауабы: } \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

№3.

$$a^2 + 141ab + 5476b^2 \geq 5a + 1364b - 512.$$

$$\textcircled{1} a^2 + 2 \cdot 70,5ab + (4970,25) - 505,75 + 505,75 = (a^2 + 70,5b)^2 + 505,75b$$

$$(a^2 + 70,5b)^2 + 505,75b^2 \geq 5a + 1364b - 512. \quad a, b \in \mathbb{R}.$$

Черновик.

N4.

0,1; 0,2 ... 9.

5	4,3	0,7
3,8		3,3
		1

3	4,3	0,7
0,7	1	3,3
1,3	2,7	1

0,8	3,2	1
	2,7	2,5
		1,5

1,2	2,3	1,5
0,7	2,3	2
3,1	0,4	1,5

1,7	2,3	1

0,1 3,5. 1,4.  
1,9.  
1,4

0,2 3,5 1,7  
3,2 1,4  
1,6

2,1,3 2,2 1,5.  
2,2 1,8  
1,5 0,8 1,7

$$C_9^5 = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} = \frac{36 \cdot 7}{2} = 18 \cdot 7 = 126$$

$$\frac{18 \cdot 7}{7}$$

1,3	2	1,7
3	0,7	1,3
0,7	2,3	2
2,3	1,4	1,3

2,8	1,6	0,8
1	1	3
1,2	2,4	1,4

1,6	2,4	1
1,4	1,6	2
2	1	2

1,2	2,8	1
1,8	2,1	1,1
2	0,1	2,9

(Қауабы: 3)

1,7	1,3	2
1,3	2,7	1
2	1	2

2	1	2
1	3	1
2	1	2

1	3	1
2	1	2
2	1	2

①  $a + (b, c) = b + (c, a) = c + (a, b)$  2); 3; 1.

$1 + 2, 3 = 2 + 3, 1 \neq 3 + 1, 2$

$a + (b, c) = b + (c, a) - c - (a, b) = 0.$

$a + (b, c) - b - (c, a) + c + (a, b) = 0.$

жауабы:  $a, b, c \in \mathbb{R}.$

№4.  $0, 1, \dots, 9.$

3.	1, 3	0, 7
0, 7	1	3, 3
1, 3	2, 7	1.

1, 2	2, 3	1, 5
0, 7	2, 3	2
3, 1	0, 4	1, 5.

1, 3	2	1, 7.
3	0, 7	<del>1, 3</del>
<del>(2, 3)</del>	<del>2, 3</del>	<del>(1, 3)</del>

1, 6	2, 4	1
1, 4	1, 6	2
2	1	2

1, 7	1, 3	2
1, 3	2, 7	1
2	1	2

1, 2	2, 8	1
1, 8	2, 1	1, 1
2	0, 1	2, 9.

1	3	1
2	1	2
2	1	2

2	1	2
1	3	1
2	1	2

4	1	0.
0	1	4
1	3	1

жауабы: 8.